INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

TIEMPO: Una hora y treinta minutos

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Un club de fútbol dispone de un máximo de 2 millones de euros para fichajes de futbolistas españoles y extranjeros. Se estima que el importe total de las camisetas vendidas por el club con el nombre de futbolistas españoles es igual al 10% de la cantidad total invertida por el club en fichajes de españoles, mientras que el importe total de las camisetas vendidas con el nombre de futbolistas extranjeros es igual al 15% de la cantidad total invertida por el club en fichajes de extranjeros. Los estatutos del club limitan a un máximo de 800.000 euros la inversión total en fichajes extranjeros y exigen que la cantidad total invertida en fichajes de futbolistas españoles sea como mínimo de 500.000 euros. Además, la cantidad total invertida en fichajes de españoles ha de ser mayor o igual que la invertida en fichajes extranjeros. ¿Qué cantidad debe invertir el club en cada tipo de fichajes para que el importe de las camisetas vendidas sea máximo? Calcúlese dicho importe máximo. Justifíquese.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por: $f(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$.
a) Determínense sus asíntotas.
b) Calcúlense sus máximos y mínimos locales. Esbócese la gráfica de f.
c) Calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por las rectas verticales $x = 2$, $x = 3$, la gráfica de la función f y la recta de ecuación $y = x + 1$.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que $P(A) = 0,5$; $P(B) = 0,4$; $P(A \cap B) = 0,1$. Calcúlense cada una de las siguientes probabilidades:

a) $P(A \cup B)$; b) $P(\overline{A} \cup \overline{B})$; c) $P(A|B)$; d) $P(\overline{A} \cap B)$.

Nota.– $\overline{A}$ representa al suceso complementario de A

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que el tiempo de vida útil en miles de horas (Mh) de un cierto modelo de televisor, se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 0,5 Mh. Para una muestra aleatoria simple de 4 televisores de dicho modelo, se obtiene una media muestral de 19,84 Mh de vida útil.
a) Hállese un intervalo de confianza al 95% para el tiempo de vida útil medio de los televisores de dicho modelo.
b) Calcúlese el tamaño muestral mínimo necesario para que el valor absoluto del error de la estimación de la media poblacional mediante la media muestral sea inferior a 0,2 Mh con probabilidad mayor o igual que 0,95.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real k:

$$\left\{\begin{array}{rcl} kx - 2y + 7z & = & 8 \\ x - y + kz & = & 2 \\ -x + y + z & = & 2 \end{array}\right.$$

a) Discútase el sistema según los diferentes valores de k.
b) Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.
c) Resuélvase el sistema para $k = 0$.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \left\{\begin{array}{lll} -x^2 - x + a & \text{si} & x \leq 1 \\ \dfrac{3}{bx} & \text{si} & x > 1 \end{array}\right.$$

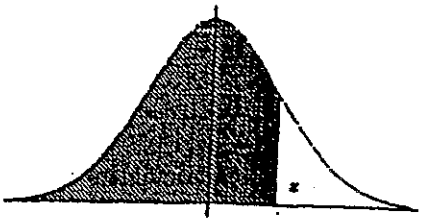
a) Calcúlense los valores de a, b, para que f sea continua y derivable en todos los puntos.
b) Para $a = 6$, $b = 3/4$, determínense los puntos de corte de la gráfica de f con el eje OX. Esbócese la gráfica de f.
c) Para $a = 6$, $b = 3/4$, calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f, el eje OX y la recta vertical $x = 2$.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se dispone de un dado equilibrado de seis caras, que se lanza seis veces con independencia. Calcúlese la probabilidad de cada uno de los sucesos siguientes:
a) Obtener al menos un seis en el total de los seis lanzamientos.
b) Obtener un seis en el primer y último lanzamientos y en los restantes lanzamientos un número distinto de seis.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que el tiempo de espera de una llamada a una línea de atención al cliente de una cierta empresa se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 0,5 minutos. Se toma una muestra aleatoria simple de 100 llamadas y se obtiene un tiempo medio de espera igual a 6 minutos.
a) Determínese un intervalo de confianza del 95% para el tiempo medio de espera de una llamada a dicha línea de atención al cliente.
b) ¿Cuál debe ser el tamaño muestral mínimo que debe observarse para que dicho intervalo de confianza tenga una longitud total igual o inferior a 1 minuto?

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de *z*.



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990